# Grundlagen der Informationsmathematik (IM)

## Einführung

Dies ist ein Versuch zur mathematischen Beschreibung der Information, da in der bekannten Literatur der Begriff der Information pragmatisch über Nachricht und Nachrichtentransfer definiert ist.

## Kurzbeschreibung

Information hat immer etwas mit Identitäten zu tun. Informationsverarbeitung behandelt die Definition, Speicherung, Übertragung und Wiedererkennung von Identitäten. Die zentrale Frage ist also, wie es möglich ist, durch beliebige Entwicklungen die Ursachen dahinter schließen zu können (Platos Problem).

Die IM beschäftigt sich mit Identitäten, ihren Beschreibungsmöglichkeiten und ihren Rekonstruktionen aus beobachteten Daten - also mit der Verbindung zwischen Nachricht und nachrichtenerzeugenden Ursachen.

Der Ausgangspunkt der IM ist damit die Identität, die über Eigenschaften, deren Werte und Wertveränderungen beschrieben wird, wobei Information die Summe der wiederholbaren Wertveränderungen und deshalb immer eigenschaftsbezogen ist.

Protokoll der Entwicklung von Identitäten ist die Nachricht, die Gesamtheit der geänderten Werte. Untersucht wird, inwieweit Nachrichten ausreichen, um auf die Identitäten und ihre Veränderungen oder gar auf die Beziehung zwischen den Identitäten zurückzuschließen. Damit ist der Anschluß an die nachrichtenuntersuchende Informationstheorie von Shannon erfolgt, die heutzutage hoch entwickelt ist

## Autor

U. Bevier hat an der Universität zu Karlsruhe das Diplom in Physik gemacht, wobei der Schwerpunkt des Studiums im Bereich der Theoretischen Physik lag.

## Introduction

This is an attempt to describe information in a mathematical way, because information is usually characterized pragmatically via message and message transfer.

## Brief description

Information is always concerned with identities. Information Processing treats definition, storage, transfer and recognition of identities. The basic question therefore is, how to reconstruct the cause by any effects (Platos Problem).

IM concentrates on identities, how to describe them, how to reconstruct them from the observed datas – the connection between message and message-creating cause.

Starting point of the IM is therefore the identity, described by qualities, their values and changes of values. So the totality of repeatable changes of values is Information and so is related to given qualities.

Protocol of the evolution of identities is the message, the totality of all the changed values. IM concentrates on the circumstances, whether messages can be used to reconstruct the causing identities and there changes or even the relations between different identites. At this point the connection to Shannons theory is made, which is nowadays fully developed.

## Author

U. Bevier studied physics at the university of Karlsruhe with an emphasis on theory and mathematics (especially functional analysis).
We do not guarantee the perfectness of translation, so if there are any mistakes in the english translation, please let us know.

**Legende der verwendeten Symbole und Schreibweise**

Um Übersetzungsfehler zu minimieren, wurde versucht, die Sprache nur zur Erklärung zu verwenden.

**Legend of the used symbols and notation**

To reduce mistranslation, we tried to use words only for explanations.

| | |
|---|---|
| i | $i \, \varepsilon \, |N_0$ |
| r | $r \, \varepsilon \, |R$ |
| **Di**[1)] | grundlegende Definitionen, definitions |
| **Bi**[1)] | zur **Klarstellung** von Begriffen und Abhängigkeiten, for **clarification** of terms |
| **Fi** | Folgerung, conclusion |
| **Ai** | Aussage, declaration |
| Menge | Gesamtheit von Elementen, Set |
| Ø | leere Menge, empty set |
| Abbildung | mathematische Abbildung, math. representation |
| ε | Bestandteil der genannten Menge, exists in a given set |
| ∉ | nicht Bestandteil der genannten Menge, does not exist in a given set |
| ∀ | **für alle, for all** |
| ∃ | **es existiert mindestens eins, it exists** |
| **?** | Frage, question |
| ∇ | Voraussetzung, „es sei“, „es gelte“, „für“, assumption |
| ==>[2)] | Beweisführung, „dann folgt“, implication |
| ⊕ | Ergebnis, Result |
| **K** | Kommentar, comment |

[2)] zu ==>

| | |
|---|---|
| = | ist gleich, is equal |
| =/A/= | ist gleich wegen der Aussage „A“, is equal because of declaration „A“ |
| /A/==> | Beweisführung mit der Aussage „A“, implication with declaration „A“ |
| ∧ | und, and |
| v | oder, or |

[1)] zu **Di**, **Bi**

| | |
|---|---|
| =!= | soll heißen, is called |

**Interessante Aussagen im Kapitel 0**

Wiederholbare Transformationen sind prognostizierbar– tritt der Anfangszustand auf, so kann vorhergesagt werden, wie der Endzustand aussehen wird. Dies ist der Hintergrund für die Effektivität des Lernens über Erinnerung.

Weiterhin sind ihre Translationsabbildungen „Funktionen aus der Wertemenge W“ im Sinne der Mathematik, bei vollständigen Transformationen sogar „Funktionen von W“. Dies ist der Hintergrund für die Effektivität der Physik, mathematische Methoden zur Beschreibung dynamischer Vorgänge zu nutzen.

Mit den wiederholbaren Transformationen bzgl. e ist die Information bzgl. e eine Gruppe. Diese Definition der Information wirft auch ein interessantes Licht auf die Technik der Erinnerung und des Lernens und die Frage auf, ob Zeitabhängigkeit für ein informationsverarbeitendes System überhaupt erfahrbar ist oder ob dies nicht nur in der auf stabile Muster abbildbaren Form von wiederholbaren Zyklen erfolgen kann, nutzbar für diese Systeme und ihr Fortdauern in der Zeit.

Die Effektivität der Mathematik in den Naturwissenschaften ist damit ganz natürlich (in respektvollem Zitat von E. Wigners Titel „The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences“, Comm. pure appl. Math, 13, 1-14, 1960).

Aus der Nachricht (Translationen) auf die möglichen erzeugenden Zustände, also Profile, mit Wahrscheinlichkeitsberechnungen zurückzuschließen, ist der Grundgedanke der Berechnung des Informationsgehaltes - die versprochene Anbindung an Shannon.

**Interesting points in Chapter 0**

Repeatable transformations are predictable – if the initial allocation occurs, it can be foretelled, how the final allocation will be. That’s the reason for the effectivity of learning by memory.

Furthermore, the translations maps of repeatable transformations are „functions from the value area W“ (in the mathematical meaning), if the transformations are complete, the translations map are even „functions of W“.That’s the reason for the effectivity of physics using mathematical methods to describe dynamic processes.

Defined by the repeatable transformations related to e the information (related to e) forms a group. This definition of the information poses questions about the technics of memory and learning and even if information processing systems are able to understand time dependency or if time can only be understood in the cyclic way, possible to be reduced to stable maps, valuable for these systems and their persistence in time.

The effectivity of mathematics is therefore naturally (in respectful citation of E. Wigners title „The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences“, Comm. pure appl. Math, 13, 1-14, 1960).

To reconstruct the creating states from message (translations) by calculus of probability, is the basic idea of the calculation of information content - the promised connection to Shannon.

**Verwendete Begriffe** (ihre Definition finden Sie per Link) / **Used Terms**

| | |
|---|---|
| Zuordnung | Allocation |
| Eigenschaft | Element of Quality |
| Wert | Value |
| Transformation | Transformation |
| Translation | Translation |
| Vollständigkeit | Completeness |
| Wertebereich | Value area (co-domain) |
| Bestimmbarkeit der Zuordnung, Tiefe und Ursprung des Wertebereiches | Determinability of allocation, depth and origin of the value area |
| Wiederholbarkeit | Repeatibility |
| Information | Information |
| Mindestinformation | Minimum Information |
| Nachvollziehbarkeit | Reproducibility |
| Äquivalenz von Abbildungen und Vollständigkeit | Equivalence of mapping and completeness |
| Äquivalenz von Eindeutigkeit und Wiederholbarkeit | Equivalence of uniqueness and repeatability |
| Assoziativität der Transformationsverknüpfung bei Wiederholbarkeit | Associativity of linkages of transformations in case of repeatibility |
| Äquivalenz von Eineindeutigkeit und Nachvollziehbarkeit. | Equivalence of one-to-one correspondence and reproducibility |

| | |
|---|---|
| Äquivalenz von Transformation und Translationsabbildung | Equivalence of Transformation and representation of translation |
| Profilschablone | Profile template |
| Profil | Profile |
| Profilwert | Profile value |
| Profilwertebereich | Profile value area |
| P-Transformation | P-Transformation |
| Basis-P-Transformation | Basis P-Transformation |
| P-Translation, Nachricht | P-Translation, message |
| Platos Problem (oder das Translationenproblem) oder die Kunst, Nachrichten zu verstehen | Platos Problem (or the translations problem) or the art of understanding messages |

## B0 (Grundbegriffe/Basic terms)

M und W seien zwei nichtleere Mengen
M = {e} <> ∅
W = {w} <> ∅

M and W are not empty sets

**B0.1**
Abbildung y auf sich selbst
∃ y(w) = w‘ ∇ w‘ε W... ∀ w ε W

Map y in itself

**B0.2**
Eindeutigkeit der Abbildung x
∇ y(w) = w‘
∧
∇ y(w“) = w‘“
==>
∇ w = w“ ==> w‘ = w‘“

Uniqueness of the map x

**B0.3**
Eineindeutigkeit der Abbildung y
∇ y(w) = w‘ ∃ $y^{-1}$(w‘) = w
∀ w, w‘ε W
==>
(∇ w = w“ ==> w‘ = w‘“ ) ∧ (∇ w‘ = w‘“ ==> w‘ = w“ )
v
$y^{-1}$ (w‘) = $y^{-1}$(x(w)) = w
für eineindeutige Abbildungen existieren definierte Inverse, die zum Ausgangselement w ε W führen

one-to-one correspondence of the map x

Every one-to-one mapping has a defined inverse to the originator w ε W

**B0.4**
mit Eins-Abbildung
$y^1$ =!= $y^1$(w) = w ∀ w ε W

Unit map

⊕
wegen der Abbildungseigenschaft existiert y(y(w)) und
mit der Eineindeutigkeit existiert auch $y^{-1}$ $y^{-1}$(w“)

for it is a map there exists y(y(w)) and
along with one-to-one there exists $y^{-1}$ $y^{-1}$(w“)

**B0.5**
/B0.1/==>
∃ y(y(w) = w“ ∀ w, w“ ε W
/B0.3/==>
∃ $y^{-1}$ $y^{-1}$(w“) = w ∀ w, w“ ε W

**B0.6**
Folge aus M
□e‘□ M
p□ |N -> M □□□□ p □ $e_1$ $e_2$ $e_3$..)

Sequence in M

**B0.7**
Konvergenz einer Folge p aus M (M mit einer Metrik d(a,b) = |a-b| und r ε |R )
∇ e‘,$e_i$ ε p, r > 0, $i_0$(r) ε |N, i > $i_0$
==>
|$e_i$ - e‘| < r
∇ r -> 0 ==> lim $e_i$ = e‘
wobei e‘ der Grenzwert der Folge p genannt wird

Convergence of a sequence p in M (M has a Metric d(a,b) = |a-b| and r ε |R )

with e‘ the socalled Limit of the sequence p

**K**
Es handelt sich hierbei um die bekannten mathematischen Begriffe. Sie werden hier nur aufgeführt, um die Schreibweise und Symbolverwendung zu demonstrieren und als Referenz.

These are the usual mathematical terms. They are specified only to demonstrate the usage of the notation and to give references.

## D0 (Zuordnung/Allocation)

Eine Verknüpfung eines Elementes e ε M mit einem einzigen Element w ε Menge W wird Zuordnung genannt.

A relation of an element e ε M with another single element w ε W is called an Allocation.

**Zuordnung =!=**
**e|w** =!= w ist e zugeordnet
∇ w ε W, e ε M

**Allocation =!=**
**e|w** =!= w is allocated to e
∇ w ε W, e ε M

e =!= **Eigenschaft**
w =!= **Wert**

e =!= **Element of Quality**
w =!= **Value**

⊕
Wegen der Bedingung, daß nur ein einziger Wert mit der Eigenschaft verbunden sein kann, sind zwei Zuordnungen von e gleich, wenn die Werte gleich sind.

Because of the fact, that only a single value can be related to a qualitiy two allocations of e are equal, if the values are equal.

**D0.1**
e|a = e|b <==> a = b
∇ a,b ε W, e ε M

**K**
Die Frage, wie die Zuordnung aussieht, ist in diesem Zusammenhang nicht bedeutsam. Wichtig ist bloß die Existenz einer eindeutigen Relation der Eigenschaft zum Wert.

The specific details of the allocation is not meaningful in this context. The only important fact is the existence of the binding between the quality and the value.

Die Zuordnung ist in der Mengenbeschreibung enthalten, da eine Menge über ein gemeinsames Attribut für alle ihre Elemente beschrieben werden kann. Dies inkludiert das Vorhandensein von Eigenschaften, die (gemeinsame) Werte annehmen können.

The allocation is implied in the description of sets, for each set can be described by a common attribute of each of its elements. That includes the fact, that qualities must exist, which can have (common) values.

Was weiterhin in der Mengenbeschreibung enthalten ist: Mengenelemente sind eindeutig, müssen also unterscheidbar sein. Unterscheidbarkeit bedeutet aber, dass diese Elemente weitere Eigenschaften aufweisen müssen, die dann jedoch unterschiedliche Werte vorweisen müssen.

Furthermore included in the specifications of sets is the uniqueness of elements, so each element can be distinct from each other. However, distinctness leads to the existence of further qualities of all elements, which must have different values.

## D1 (Transformation)

Die Erzeugung einer Zuordnung aus einer bestehenden Zuordnung, dh. die erneute Verknüpfung einer Eigenschaft e mit einem anderen w‘ ε W wird Transformation (bzgl. e) genannt.

The transition from an existing allocation to another allocation, i.e. the renewal of the relationship of the quality to another value w‘ ε W is called Transformation (related to e)

**Transformation =!=**
**X =!= $X_e$** =!= X(e|w) =!= e|w‘
∇ e ε M, w,w’ ε W, w <> w‘

**e|w =!= Anfangszuordnung**
**e|w‘ =!= Endzuordnung**

**e|w =!= Initial allocation**
**e|w‘ =!= Final allocation**

Die Veränderung von w zu w‘ wird Translation x genannt

The change of the values w to w‘ is called translation x.

**D1.1**
**Translation** x =!=
x(w) = w‘
∇ X(e|w) = e|w‘

**K**

Die Frage, wie die Transformation aussieht, ist in diesem Zusammenhang nicht bedeutsam. Wichtig ist bloß die Existenz der Änderung einer Zuordnung, also den Wechsel des Wertes einer Eigenschaft erreichen zu können. Weiterhin ist bedeutsam, daß die in D1 definierte Transformation keine Vernichtung oder Erzeugung einer Eigenschaft erreichen kann in dem Sinne, daß der Eigenschaft überhaupt kein Wert mehr zugeordnet wird bzw. daß einem e ε M, dem noch kein „Wert“ zugeordnet war, dann ein Wert zugeordnet würde. Transformationen können also keine Zusammenhänge erzeugen oder vernichten.

The specific details of the transformation is not meaningful in this context. The only important fact is the existence of a change of allocations, so values of qualities can be changed. Furthermore important is, that the transformation of D1 cannot create or delete qualities, that means, cannot make qualities have no values or can give an element e ε M a value, which doesn’t have a „value“ until then. So, transformations cannot create or delete connections.

Im Gegensatz dazu ist die Frage, in welcher Menge der Wert der Eigenschaft sich befindet, zweitrangig. Denn wenn die Transformation eine Zuordnung hervorbringen würde, bei dem der zugeordnete Wert aus einer zweiten Menge W‘ stammt, so ist hinsichtlich der Transformation dann die Vereinigungsmenge W u W‘ zu betrachten.

Contrary to this, the set of the value of a quality is not very significant. If a transformation would lead to an allocation from an element of a set to an element of a second set W‘, you should observe the union of both sets W u W‘.

Weiter ist zu betonen, daß die eigentliche Charakterisierung von Eigenschaft und Wert auf ihrem Verhalten gegenüber dieser Zuordnung beruht,:

Furthermore it is to point out, that the main characteristic of quality and values is derived from their behaviour related to the allocation:

Eigenschaft ist unveränderlich, Wert nicht.

Qualities are stable, values are changeable.

Auch dies ist in der Mengenbeschreibung enthalten, da diese keinerlei Einschränkung hinsichtlich der Zeit durchführt. Eine Menge kann über ein gemeinsames Attribut für alle ihre Elemente beschrieben werden, sagt nichts aus, ob dieses Attribut unveränderlich ist oder nicht.
Auch Relationen und Funktionen sind prinzipiell noch nicht eingeschränkt für veränderliche Mengen, doch alleine die Definition der Funktion von M als für alle Elemente gültig, wirft die Frage auf, was denn mit all den Folgerungen geschieht, die auf Funktionen von M beruhen, wenn M veränderlich ist, sodass Elemente also verschwinden können.

This as well is implied in the description of sets, because there is no limitation regarding to time. Each set can be described by a common attribute of each of its elements, does not conclude, that this attribute must or must not be unchangeable.

Relations and functions also are valid for all kind of sets, stable or changeable, but the definition of „functions of M“, which describes the function as defined for each element of the given set M, leads to this question: what happens with all the conclusions based on „functions of M“, if M is changeable, so that elements can leave?

Veränderliche Mengen können jedoch durch Angaben von Gültigkeitszeitpunkten oder –zeiträumen fixiert werden und damit „unveränderlich“ gemacht werden.

However, changeable sets can be fixed by a declaration of validity for points of time or periods, so they can be made „stable“.

## D2 (Transformationsverknüpfung/Linkage of transformations)

Zusätzlich sei eine Verknüpfung von Transformationen definiert als Transformation mit einer Anfangszuordnung, die Endzuordnung einer anderen Transformation ist:

A linkage of transformations is defined as transformation with an initial allocation, which is final allocation of another transformation.

**XX** $=!= X_e^{2.}X_e^{1.} =!= (X_e^{2.}X_e^{1.})(e|w) =!= X_e^{2.}(X(e|w)) =!= X(X(e|w))$
∇ X(e|w) = e|w'

∇ e ε M, w,w' ε W
==>
XX =/D1/= X(e|w')

∇ X(e|w') = e|w"
==>
XX =/D1/= X(e|w')=/D1/= e|w"

⊕
XX = Transformation X' ∇ XX(e|w), X(e|w) = e|w', X(e|w') = e|w"

Aufgrund der Definition X(e|w') = e|w" führt X(e|w') auf eine Zuordnung e|w" (mit w", w' ε W), also liegt mit der Verknüpfung selbst eine Transformation im Sinne von D1 vor.

As a result of the definition X(e|w')= e|w" leads to an allocation e|w" (with w", w' ε W), so the linkage itself is a transformation as defined by D1.

**D2.1**
$\mathbf{X^{i+1}} =!= X^{i+1}(e|w) =!= X^i X(e|w) =!= X^i X$

Die Transformation X wird vollständig bzgl. W genannt, wenn sie aus einer beliebigen Anfangszuordnung e|w (w ε W) durch wiederholte Transformation $X^i(e|w)$ =/D2/= X' für e Zuordnungen für alle w' ε W erzeugen kann.

The transformation X is called complete related to W, if it can reach every element (as allocations of e) of w' ε W by repeated transformations $X^i(e|w)$ =/D2/= X', started with any initial allocation e|w (w ε W).

**D2.2**
**Vollständigkeit der Transformation bzgl. W**=!=
∃ X(e|w) = e|w' ∇ e ε M, ∀ w,w' ε W

**Completeness of a Transformation related to W**=!=

**D2.3**
Mit der Vollständigkeit der Transformation gilt dann die Translation x(w) ist für alle w ε W definiert, erfüllt danach mit B0.1 also die Abbildungseigenschaft (auf sich selbst).

With completeness of a transformation the translation x(w) is defined for all w ε W, so it fulfills B0.1 (is a map to itself).

∇ Vollständigkeit von X

∇ Completeness of X

∃ X(e|w) = e|w' ∇ e ε M ∀ w,w' ε W
==>
∃ x(w) = w' ∀ w,w' ε W

/B0.1/==>
⊕
ist die Transformation vollständig, so ist die Translation eine Abbildung auf sich selbst, die
**Translationsabbildung**

If the transformation is complete, the translation is a map to itself, the
**Translations Map**

**D2.4**
=!= **Äquivalenz von Abbildung und Vollständigkeit**

=!= **Equivalence of mapping and completeness**

/D1.1,D2.2/==>
∃ x(w) = w' ∇ w' ε W... ∀ w ε W

Die Teilmenge von W, die über j Transformationen aus einer vorgegebenen Zuordnung e|w erreicht werden kann, heißt Wertebereich von e|w, die Zuordnung heißt

The subset of W, which can be reached by j transformations from a given allocation e|w, is called value area of e|w, the allocation is called determinable bestimmbar für diesen Wertebereich, i als Maximalwert von j heißt die Tiefe des Wertebereiches und w der Ursprung von W(e|w).

for this value area, i as maximum value of j is called depth of the value area and w is the origin of W(e|w).

**D2.5**

=!= **Wertebereich**

=!= **Value Area**

W(e|w) = {w‘ | ∃ X(e|w‘) = w“., ∃ j <=i ∇ X(e|w‘) = $X^j$(e|w) , e ε M , w,w‘,w“ ε W}

=!= **Bestimmbarkeit** der Zuordnung bzgl. w

=!= **Determinability** of an allocation related to w

∇ w ε W(e|w)

i = max(j) =!= **Tiefe des Wertebereiches** W(e|w).
w =!= **Ursprung des Wertebereiches** W(e|w)

i = max(j) =!= **Depth of the Value Area** W(e|w).
w =!= **Origin of the Value Area** W(e|w)

*zur Translation:*

*concerning translation:*

/D1.1/==>
∇ XX(e|w) = e|w“, X(e|w) = e|w‘, X(e|w‘) = e|w“

x(w) = w‘
∇ X(e|w) = e|w‘
∧
x(w‘) = w“
∇ X(e|w‘) = e|w“
∧
∇ XX(e|w) = X(X(e|w)) = X(e|w‘)= e|w“

/D1.1/==>
x‘(w) = w“
∇ XX(e|w) = e|w“

∇ XX(e|w) = X(e|w‘)= e|w“
/D1.1/==>
x‘(w) = x(w‘) = w“
/x(w) = w‘/==>
x‘(w) = x(x(w))

⊕
der verknüpften Transformation läßt sich ebenfalls eine Translation zuordnen, die sich darstellen läßt als Verknüpfung der Translationen der zugrundeliegenden Transformationen.

the translation of a linked transformation can be described by the linkage of the translations of the original transformations.

**D2.6**
x‘(w) = w“ = x(w‘) = x(x(w))

**D2.7**
/D2.1,D1.1/==>
$x^{i+1} = x^{i+1}(w) = x^i\, x(w) = x^i\, x$

Jede Transformationskette $X^i$(e|w) läßt sich damit durch eine Transformation darstellen, deren Endzuordnung sich als Kette von Translationen darstellt, ausgehend von w als dem Startpunkt.

So, each chain of transformations $X^i$(e|w) can be described by a transformation, whose final allocation is described as chain of translations with the starting point w.

/D2/==>
XX(e|w) = X(X(e|w)) = X(e|w‘)= e|w“
/D2.6/==>
x‘(w) = w“ = x(w‘) = x(x(w))
/D1.1/==>
XX(e|w) = X(X(e|w)) = X(e|w‘)= e|w“ = e|x(x(w))

**D2.8**
/D2.1/==>
$X^{i+1} = X^{i+1}(e|w) = X^i X(e|w) =!= e|w^i$
/D2.7/==>
$x^{i+1} = x^{i+1}(w) = x^i x(w) =!= w^i$
/D1.1/==>
$X^{i+1} = X^{i+1}(e|w) = X^i X(e|w) =!= e|w^i = e|x^{i+1}(w)$

**K**

Diese Definition erlaubt die Bildung beliebiger Transformationsketten, wobei jedoch immer noch von einer „schrittweisen“ Kettenbildung ausgegangen wird. Dies bedeutet, daß jeder einzelne Schritt, jede konkrete Transformation auf Existenz überprüft werden muß, da aus der Definition der Transformation die Existenz einer Transformation nur gewährleistet ist, falls Anfangs- und Endzuordnungen vorhanden sind.

Weiter ist darauf hinzuweisen, daß aufgrund der generellen Unkenntnis der Transformation auch keinesfalls die Eindeutigkeit des Wertebereiches bestimmt ist. Der Wertebereich ist eine sowohl an den Ausgangswert w als auch an die i Transformationen gebundene Menge.

Es bedeutet jedoch, dass die Behandlung variabler Mengen (mit veränderlichen Attributen) nicht nur Fixierung über Zeitangaben erlaubt werden kann, sondern beispielsweise auch durch die Nennung eines Ursprungs und seines Verhalten, als dessen Wertemenge sie dann verstanden werden können.

This definitions allows the linkage of any chain of transformations, with the requirement of „stepwise“ chaining. This means, that every single step, every concrete transformation must be verified, if it exists, because the definition of transformation guarantees the existence of a transformation only in the case of existing initial and final allocations.

Furthermore, due to the general lack of knowledge about the details of transformations, there is no conclusion of uniqueness of the value area allowed. The value area is connected to the origin w as well as to the i transformations and so this set is dependent from both.

However, it means, that the handling of variable sets (with changeable attributes) cannot only be allowed by fixation via declaration of valid timestamps, but f.e. also by selection of an origin and its behaviour, so that the set can be seen as a value area of these origins.

## B1 (Wiederholbarkeit/Repeatability)

Die Transformation sei in dem Sinne wiederholbar, daß eine Transformation mit einer bestimmten Anfangszuordnung immer zur selben Endzuordnung führt, also ausgehend von einem bestimmten Wert a ε W immer zu einem und demselben definierten Endwert b ε W führt, dh. daß nicht aufgrund von vorhergehenden Transformationen eine Zuordnung e|a auf Zuordnungen e|b, e|g mit b<>g führen kann, die Transformation ist geschichtslos.

The transformation shall be repeatable, that means, that a transformation with a given initial allocation leads to the same final allocation every time, it happens. So starting from a defined value a ε W it surely ends at one and only value b ε W. That means, that history has no influence, for no combination of previous transformations will change the result.

**Wiederholbarkeit** =!=
∇ X(e|a) = e|b
∧
∇ X(X(e|f)) = e|g
==>
∇ X(e|f) = e|a ==> e|g = e|b
=/D0.1/=
∇ X(e|f) = e|a ==> b = g

**Repeatability** =!=

gilt also:
X(e|a) = e|b
aber auch:
X(X(e|f)) = e|g
wenn X(e|f) = e|a und b<>g
dann stimmt eine der drei Aussagen nicht:
1) X(e|f) = e|a
2) b <> g
3) die Transformation ist wiederholbar

So, if it its:
X(e|a) = e|b
and also:
X(X(e|f)) = e|g
if X(e|f) = e|a and b<>g
than one of the following statement is wrong:
1) X(e|f) = e|a
2) b <> g
3) the transformation is repeatable

*zur Translation:*

*concerning translation:*

∇ (∇ X(e|a) = e|b ∧∇ X(X(e|f)) = e|g ==> ∇ X(e|f) = e|a ==> b = g )

/D1.1/==>
x(a) = b
∇ X(e|a) = e|b
∧
x(f) = a
∇ X(e|f) = e|a
/D1.1/==>
x(x(f)) = g
∇ X(X(e|f)) = e|g

**?**
∇ x(a) = b
∧
∇ x(x(f)) = g
/B1/==>
∇ x(f) = a ==> b=g

/B0.2/==>

⊕
die Translation x einer wiederholbaren Transformation ist eindeutig. Ist die Transformation vollständig, so ist die Translationsabbildung x eindeutig

The translation x of a repeatable transformation is unique. If the transformation is also complete, the translations map x is unique.

**B1.1**
**=!= Äquivalenz von Eindeutigkeit und Wiederholbarkeit**

**=!= Equivalence of uniqueness and repeatability**

**K**

Zu beachten ist, daß bisher nur Transformationen für Zuordnungen betrachtet wurde, die jede explizit als existent vorausgesetzt wurde. Die Kenntnis der Wiederholbarkeit einzelner Transformationen erlaubt nun, Transformationsketten zu betrachten, bei denen nur ein Teil der Zuordnungen explizit genannt wird, während Zwischenschritte allein aus die Definitionsbedingung der Transformation, nur existente Zuordnungen zu erzeugen, und aus der Wiederholbarkeit der beteiligten Transformationen als gegeben vorausgesetzt werden können.

Attention should be paid to the fact, that until now only transformations of alloctions are considered, which are wellknown to exist. The knowledge of the repeatability of single transformations enables us to consider chains of transformations, where only parts are wellknown and intermediate steps can be derived from these wellknown stages and the knowledge of repeatibility (of each step) between.

Die Wiederholbarkeit der Transformation macht diese „deterministisch“ in dem Sinne, daß eine Anfangszuordnung als mathematisch „hinreichend“ für eine Endzuordnung angesehen werden kann unter dieser Transformation.

Repeatability makes changes „deterministic“, that means, that an initial allocation is „sufficient“ (in the mathematical interpretation of this term) for a final allocation under the influence of this transformation.

Das bedeutet weiterhin, dass wiederholbare Transformationen prognostizierbar sind – tritt der Anfangszustand auf, so kann vorhergesagt werden, wie der Endzustand aussehen wird. Dies ist der Hintergrund für die Effektivität des Lernens über Erinnerung.

Furthermore, this means, that repeatable transformations are predictable – if the initial allocation occurs, it can be foretelled, how the final allocation will be. That’s the reason for the effectivity of learning by memory.

Weiterhin sind ihre Translationsabbildungen „Funktionen aus der Wertemenge W“ im Sinne der Mathematik, bei vollständigen Transformationen sogar „Funktionen von W“. Dies ist der Hintergrund für die Effektivität der Physik, mathematische Methoden zur Beschreibung dynamischer Vorgänge zu nutzen.

Furthermore, the translations maps of repeatable transformations are „functions from the value area W“ (in the mathematical meaning), if the transformations are complete, the translations map are even „functions of W“.That’s the reason for the effectivity of physics using mathematical methods to describe dynamic processes.

**D3 (Eins-Transformation/Unit Transformation)**

Die Eins-Transformation $X^1$ (bzgl. e) bedeutet die Beibehaltung der Zuordnung, also die Anfangszuordnung (im Sinne von D1) soll gleich der Endzuordnung (im Sinne von D1) sein, dh. die Eigenschaft e behält ihren Wert w.

The UnitTransformation $X^1$ (related to e) means the retaining of the actual allocation, so the initial allocation (as defined by D1) shall be the final allocation (as defined by D1), i.e. the element of quality e keeps its value w.

=!= **Eins-Transformation**

=!= **Unit Transformation**

$\mathbf{X^1}$ =!= $X^1$(e|w) =!= e|w

∇ e ε M, w, ε W

Das Einselement $X^1$ ist wiederholbar für alle w ε W im Sinne von B1

The unit element $X^1$ is repeatable for all w ε W as defined by B1.

⊕

da das Einselement $X^1$ auf eine gültige Zuordnung führt, kann es sowohl als Zuordnung als auch als Bestandteil von Transformationsketten im Sinne von D2 angesehen werden.

Since the unit element $X^1$ leads to a valid allocation, it can be seen either as allocation or as part of transformation chains as defined by D2.

/D1,D2/==>

$\exists\ X^1X \quad \forall\ X$

$\wedge$

$\exists\ XX^1 \quad \forall\ X$

⊕

Für das Einselement gilt, daß es mit jeder Transformation verbunden werden kann, ohne diese Transformation zu ändern.

The unit element can be connected to every other transformation without changing their results.

**D3.1**

$X^1X = X \quad \forall\ X$

$\wedge$

$XX^1 = X \quad \forall\ X$

/D1/==>

X(e|w) = e|w‘   ∇ w,w‘ε W

$X^1$ X =/D2/= $X^1$ (X(e|w)) =/D1/= $X^1$ (e|w‘) =/D3/= e|w‘ = X(e|w) = X

$\wedge$

$XX^1$ =/D2/= X ($X^1$(e|w)) = /D3/ = X(e|w) = X

*zur Translation:*

*concerning translation:*

**Eins-Translation** $x^1$ **=!=**

**Unit Translation** $x^1$ **=!=**

$x^1$(w) = w

∇ $X^1$(e|w) = e|w

⊕

die Eins-Translation ist die identische Abbildung auf der Wertemenge W

the UnitTranslations is the identical map in the value area W.

**K**

Die Eins-Transformation erfüllt die Bedingung der Transformationsdefinition D1 bis auf die Anforderung, daß Ausgangs- und Endzuordnung verschieden sein müssen.

The Unit Transformation complies with the requirements of the definition D1 except for the disparity of inital and final allocation.

## D4 (Inverse)

Die inverse Transformation einer Transformation X bedeutet die Umkehrung von X, also die Veränderung vom Endwert zum Startwert von X..

The inverse transformation of a transformation X means the reversal of X, so the change from final value to initial value of X.

**Inverse $X^{-1}$ =!=**
**$X^{-1}$ (e|w') =!= e|w**
∇ X(e|w) = e|w'
∇ e ε M, w,w' ε W

⊕
da die Inverse als Voraussetzung eine nach D1 gültige Transformation X hat und ihrerseits eine nach D1 gültige Transformation ist, da sie die Werte von Eigenschaften ändert, können die Verknüpfungsregeln von D2 angewandt werden.

Since the Inverse depends on a valid transformation according to D1 and on the other hand is a valid transformation according to D1, for it changes values of qualities, the linkage rules of D2 can be applied.

/D3.1,D2/==>
$X^{-1}X = (X^{-1}X)(e|w) = X^{-1}(X(e|w))$ =/D2/= $X^{-1}(e|w')$ =/D4/= e|w =/D3/= $X^1$

⊕
mit $X^1$ , dem Einselement der Transformationen bzgl. e, ist die Bedingung des inversen Elements erfüllt, mit seinem Ursprungselement das Einselement zu erzeugen, das Ursprungselement also aufzuheben.

with $X^1$ , the unit element of transformations related to e, the requirement of the inverse element is complied, to produce the unit element by connection of the inverse with the original transformation, to unmake the original transformation.

es gilt also für alle bestimmten $X^{-1}$, X:

for each defined $X^{-1}$, X there is:

**D4.1**
$X^{-1}X = X^{-1}X(e|w) = e|w = X^1(e|w)$ ∇ X(e|w) = e|w

∇ X(e|w) = e|w' =/D2/= $X^{-1}$ (e|w') = e|w
==>
$XX^{-1}$ (e|w') =/D2/= X(e|w) =/∇ /= e|w' = $X^1$(e|w') = $X^1$

⊕
auch für das inverse Element erfüllt das Einselement die Bedingung, es nicht zu ändern.

for the inverse element also is valid, that it is not changed by the unit element.

**D4.2**
$X^1 X^{-1} = X^{-1} \quad \forall \; X^{-1}$
$\wedge$
$X^{-1} X^1 = X^{-1} \quad \forall \; X^{-1}$

/D4/==>
$X^{-1}$ (e|w') = e|w   ∇ w,w'ε W, X(e|w) = e|w'

$X^1 X^{-1}$ =/D2/= $X^1 (X^{-1}$ (e|w')) =/D4/= $X^1$(e|w) = e|w =/D4/= $X^{-1}$ (e|w') = $X^{-1}$
$X^{-1} X^1$ =/D2/= $X^{-1}$ ($X^1$ (e|w')) = /D3 / = $X^{-1}$(e|w') = $X^{-1}$

*zur Translation:*

*concerning translation:*

/D1.1/==>
x(w) = w'
∇ X(e|w) = e|w'

/D4,D1.1/==>
x'(w') = w =!= $x^{-1}$(w)
∇ $X^{-1}$(e|w') = e|w

**D4.3**
$x^{-1}$ =!= **inverse Translation**
$\exists\, x^{-1}(w') = w \quad \nabla\, x(w) = w'$

⊕
die inverse Translation ist die Umkehrung der Translation $x(w) = w'$ ,$\nabla$ $X(e|w) = e|w'$ und befriedigt die Bedingung, x zu neutralisieren.

the inverse translations is the reversal of the translation $x(w) = w'$ ,$\nabla$ $X(e|w) = e|w'$ and therefore complies the requirement to neutralize x.

/D4,D1.1,D4.3,D2.6/==>
$x'(w) = w = x^{-1}(w') = x^{-1}(x(w)) = x^1$
$\nabla\ X^{-1}X(e|w) = e|w = X^{-1}(e|w') = X^1(e|w\,)\ \nabla\ X(e|w) = e|w$

⊕
Die inverse Transformation kann also als die Transformation über der inverse Translation dargestellt werden.

The inverse transformation can be described as the transformation of the inverse translation.

**D4.4**
$X^{-1}\,(e|w') =/D4/= e|w =/D1.1,D4.3/= e|x^{-1}(w')$

**K**
Die inverse Transformation ist mit dieser Definition D4 nicht nur immer selbst eine Transformation, sie ist auch mit der Ausgangs-Transformation immer gegeben. Selbst wenn die Ausgangstransformation nicht wiederholbar ist, wenn also nach verschiedenen Transformationsketten eine Zuordnung als Anfangszuordnungen auf verschiedene Endzuordnungen führt, so ist die inverse Transformation dennoch immer die eindeutig bestimmte Umkehrung der vorausgegangenen Transformation in der aktuell betrachteten Transformationskette.

The definition D4 of the inverse transformation does not only make the Inverse to a valid transformation according to D1, but guarantees the existence of the inverse at the moment, when the original transformation is existing. So, even if the original transformation would not be a repeatable transformation, the inverse transformation is completeley determined by its original transformation in the actual transformation chain.

Wegen der bisher vorliegenden Unkenntnis über die Natur der Transformation, also die Prozesse und Abhängigkeiten, die den Wertewechseln durchführten, ist damit jedoch keinerlei Aussage über die physikalische Realisierbarkeit der Inversen getan.

Because of the lack of knowledge, how the change of values takes place, this should not be mistaken as a statement about the physical feasibility of the Inverse.

**A0**

## Assoziativität der Transformationsverknüpfung bei Wiederholbarkeit

Sind alle Transformationen einer Verknüpfungsreihe nach D2 bestimmt und wiederholbar nach B1, so ist auch diese Verknüpfungsreihe eine Transformation und bestimmt und sie ist als Komposition assoziativ, also reihenfolgenunabhängig.

?
$X^{III}X^{II}X^{I}$ =!= $X^{III}(X^{II}X^{I})$=!= $(X^{III}X^{II})X^{I}$
∇ X(e|a) = e|b, X(e|b) = e|c, X(e|c) = e|d

/D1,D2,B1/==>
X(X(e|a)) = e|c
X(X(X(e|a))) = e|d
X(X(e|b)) = e|d

==>
1) $X^{III}X^{II}X^{I}$ (e|a) =/D2/= X(X(X(e|a) =/∇/= e|d

2) $X^{III}(X^{II}X^{I})$ =/D2/= X X‘(e|a)
∇ X‘ = $X^{II}X^{I}$ =/D2/= X(X(e|a)) =/∇/= e|c
/D2/==>
XX’ = X(e|c) = e|d

3) $(X^{III}X^{II})X^{I}$ =/D2/= X“ X(e|a)
∇ X“ = $X^{III}X^{II}$
$X^{I}$ =/D2/= X(e|a) =/∇/= X(e|b)
X“ = $X^{III}X^{II}$ =/D2/= X(X(e|b) =/∇/= e|d

⊕
Die wiederholbaren Transformationen bzgl. e sind damit eine Gruppe.

## Associativity of linkages of transformations in case of repeatibility

If all transformations in a chain defined according to D2 and repeatable according to B1, so the whole chain is one transformation according to D1 and associative, so independent of the order of the linked transformations.

The repeatable transformations related to e form a group.

## B2 (Information)

Die Menge der wiederholbaren Transformationen (bzgl. e) mit Inverse und Eins-Transformation heißt Information über e (oder bzgl. e), die einzelne Transformation kann damit auch als Information über den einzelnen Wertewechsel beschrieben werden.

The set of repeatable transformations (related to e) together with the inverse and unit transformations is called Information about e (or related to e), die single transformation can be seen als information about the single change of values.

**Information bzgl. e** =!=

**Information related to e** =!=

$\mathbf{I_e}$ **=!= {X}**

=!=

{ X, $X^1$, $X^{-1}$ |

$\nabla$ X(e|w) = e|w',e ε M, w,w' ε W, w <> w',

$\nabla$ X(e|a) = e|b $\wedge\nabla$ X(X(e|f)) = e|g ==>$\nabla$ X(e|f) = e|a ==> b = g

$\nabla$ $X^1$ = $X^1$(e|w) = e|w, $\nabla$ e ε M, w ε W,

$\nabla$ $X^{-1}$ (e|w') = e|w, $\nabla$ e ε M, w,w' ε W , X(e|w) = e|w'}

⊕

Mit den wiederholbaren Transformationen bzgl. e ist die Information bzgl. e eine Gruppe.

Defined by the repeatable transformations related to e the information (related to e) forms a group.

Die Information $I_e$ wird vollständig (bzgl. W) genannt, wenn die Transformation vollständig bzgl. W ist.

The information $I_e$ is called complete (related to W), if the transformation is complete related to W.

**B2.1**

**Vollständigkeit der Information bzgl. W** =!=

**Completeness of the Information related to W** =!=

$\exists$ X(e|w) = e|w' $\nabla$ e ε M, $\forall$ w,w' ε W

⊕

Auf dem Wertebereich W(e|w) ist die Information bzgl. W(e|w) vollständig.

At the value area W(e|w) the information related to W(e|w) is complete.

Die kleinste Menge von wiederholbaren Transformationen, mit der Vollständigkeit bzgl. W erreicht wird (also die Schnittmenge all dieser Mengen), wird Mindestinformation bzgl.W genannt. Wegen $X^1$(e|w) = e|w enthält sie also auch das Einselement.

The least set of repeatable transformation, which produces completeness related to W (the intersections of all these sets), is called Minimum Information related to W. Due to $X^1$(e|w) = e|w it includes the unit element.

**B2.2**

**Min $\mathbf{I_e}$** =!= **Mindestinformation bzgl. W**= W(e|w)

**Min $\mathbf{I_e}$** =!= **Minimum Information related to W**

$\nabla$ **M(i) = {** $\mathbf{X^1, X_1, X_2, X_3, .. X_i}$ **|** $\exists$ $X_j$(e|w) = e|w' $\nabla$ e ε M, j<=i, $\forall$ w,w' ε W **}** =!= **Min $\mathbf{I_e}$** = $\cap$ **M(i)**

Die kleinste Menge von wiederholbaren Transformationen, mit der auf einem Wertebereich W(e|w) ausgehend vom Ursprung w alle übrigen Werte erreicht werden, wird Mindestinformation bzgl. W und des Ursprungs w genannt. Wegen $X^1$(e|w) = e|w enthält sie also auch das Einselement.

The least set of repeatable transformation, which produces W(e|w) by an origin w, is called Minimum Information related to W and the origin w. Due to Wegen $X^1$(e|w) = e|w it includes the unit element.

**B2.3**

**Min $\mathbf{I_{e|w}}$** =!= **Mindestinformation bzgl. w, W** = W(e|w)

**Min $\mathbf{I_{e|w}}$** =!= **Minimum Information related to w, W**

$\nabla$ **M'(i) = {** $\mathbf{X^1, X_1, X_2, X_3, .. X_i}$ **|** $\exists$ $X^l_j$(e|w) =/D2.5/= e|w' $\nabla$ w ε W , l ε $|N_0$ , e ε M, j<=i, $\forall$ w' ε W **}**

=!= **Min $\mathbf{I_{e|w}}$** = $\cap$ **M'(i)**

**B2.4**

Die Anzahl k der Mengenelemente der Mindestinformation bzgl. w, W=W(e|w) ist damit gleich der Anzahl n der Mengenelemente der Menge W, solange die Menge W abzählbar ist (Mengenelemente sind per definitionem unterscheidbar).

The number k of the elements of the Minimum Information related to w,W is therefore equal to the number n of the elements of the set W, if W is countable (Elements of a set are distinguishable per definitionem)

**?**

$\nabla$ n=2 ==> $W = \{w, w'\}$
/B2.2/==> $\text{Min } I_e = \{ X^1 , X(e|w) \mid X(e|w) = e|w'\}$ ==> $k = 2 = n$

$\nabla$ $n, k \in |N_0$ , $\text{Min } I_{e|w}(n)$ =!= $k(n) = n$

$\nabla$ $n = n+1$ ==> $W = \{w_1, w_2,...w_n, w_{n+1} \} = \{w_1, w_2,...w_n\} \cup \{ w_{n+1} \}$
/B2.2, $\nabla$ , D2.5/==> $\text{Min } I_{e|w}(n+1) = \text{Min } I_{e|w}(n) \cup \{ X'(e|w) = e|w_{n+1} \}$
/D2.5/==> $\exists\, m\ \nabla\ e|w_{i+1} = X^m(e|w)$ ==> $X'$ =!= $X^m(e|w) = e|w_{i+1}$
/$w_{n+1} \notin \{w_1, w_2,...w_n\}$ , B1.1/ ==> $X^m(e|w) = e|w_{n+1} \notin \text{Min } I_{e|w}(n)$

$\oplus$
$\nabla$ $\text{Min } I_{e|w}(n+1)$ ==> $k(n+1) = k(n) + 1 = n + 1$

**K**

Die Information bzgl. e enthält damit sowohl den Wertebereich der Eigenschaft als auch die zugehörigen Änderungen und Änderungsketten, wobei der „schrittweise“ Charakter von Änderung, Inversion und Kette besonders zu betonen ist. Die Wiederholbarkeit gewährleistet dabei die Bildung von Transformationsketten, die nur aus wiederholbaren Transformationen bestehen und somit insgesamt assoziativ sind.

The Information related to e includes therefore the value area of the quality as well as the belonging changes and chains of changes with emphasis on the „stepwise“ construction of change, inversion and chain. The repeatability guarantees the creation of chains only by repeatable transformations, so that they are totally associative.

Die Information als Gruppe erfordert damit nur wenig mathematische Voraussetzungen. Auch ist für diese Definition nicht erforderlich, die internen Ursachen zu kennen, warum Wertewandel stattfinden. Sie müssen nur wiederholbar, also „situationsunabhängig“ in dem Sinne sein, dass ihr Anfangszustand unter ihrer Wirkung immer zum selben Endzustand führt. Die Anonymität der Transformation X bedeutet jedoch nicht, dass alle Transformationen gleich sein müssen. Für die Definition der Information ist es jedoch nicht erforderlich, diese Details zu wissen, denn verwendet wurden nur „begreifbaren“ Mengenelemente (Eigenschaft sowie Anfangs- und Endwerte) – meßbare, speicherbare Mengenelemente, die unterscheidbar und damit identifizierbar sind und damit prinzipiell zeitunabhängig. Nur Dauerhaftigkeit erlaubt die Wiedererkennbarkeit und nur dies erlaubt Unterscheidbarkeit, denn Unterscheidung kann nur durch Vergleich bestimmt werden.

Information as group does not demand very much mathematical preconditions. So it is not necessary to know the reasons of the changes of the values. They only have to be repeatable, „situation independent“ in the meaning, that the initial allocation will change to the same final allocation under this transformation. However, the anonymity of the transformation X does not mean, that all the transformations are equal. But these details are not essential for the definition of information, here are only significant the „graspable“ elements of sets (quality, inital and final values) – measurable, storable elements of sets, which are specifiable and therefore identifiable und therefore basically independend of time. For only stability allows to recognize elements and only the recognition allows distinctness, because to distinct you need to compare.

Diese Definition der Information wirft auch ein interessantes Licht auf die Technik der Erinnerung und des Lernens und die Frage auf, ob Zeitabhängigkeit für ein informationsverarbeitendes System überhaupt erfahrbar ist oder ob dies nicht nur in der auf stabile Muster abbildbaren Form von wiederholbaren Zyklen erfolgen kann, wegen der Vorhersehbarkeit nutzbar für diese Systeme und ihr Fortdauern in der Zeit.

The definition of the information poses questions about the technics of memory and learning and even if information processing systems are able to understand time dependency or if time can only be understood in the cyclic way, where it is possible to reduce dynamics to stable maps, valuable for these systems and their persistence in time because of the predictability.

**F0 (Wiederholbarkeit von Transformation und Inverse/Repeatability of transformation and inverse)**

Ist Transformation wiederholbar, so ist auch die Inverse wiederholbar. Is a transformation repeatable, so the inverse is also.

/B1/ ==>
$\nabla$ X(e|a) = e|b $\wedge\nabla$ X(X(e|f)) = e|g ==> $\nabla$ X(e|f) = e|a ==> e|b = e|g =/D0.1/= b = g

für die Inversen gelten dann:
X(e|f) = e|a /D4/==> $X^{-1}$(e|a) = e|f
$\wedge$
X(e|a) = e|b /D4/==> $X^{-1}$(e|b) = e|a
$\wedge$
X(X(e|f)) = e|g /D4/==> $X^{-1}$($X^{-1}$(e|g)) = e|f =/b=g/= $X^{-1}$($X^{-1}$(e|b)) = e|f

/B1,D4/ ==>
$X^{-1}$(e|a) = e|f $\wedge$ $X^{-1}$($X^{-1}$(e|g)) = e|f $\wedge$ $X^{-1}$(e|b) = e|a

?
$\nabla$ $X^{-1}$(e|a‘) = e|b‘ $\wedge\nabla$ $X^{-1}$($X^{-1}$(e|f‘)) = e|g‘ ==> $\nabla$ $X^{-1}$(e|f‘) = e|a‘ ==> e|b‘ = e|g‘ =/D0.1/= b‘ = g‘
=/a=a‘,f=b‘,b=f‘,/=
$\nabla$ $X^{-1}$(e|a) = e|f $\wedge\nabla$ $X^{-1}$($X^{-1}$(e|b)) = e|g‘ ==> $\nabla$ $X^{-1}$(e|b) = e|a ==> e|f = e|g‘ =/D0.1/= f = g‘
/$X^{-1}$($X^{-1}$(e|b)) = e|f/ ==> g‘ = f

$\oplus$
$\nabla$ X(e|a) = e|b $\wedge\nabla$ X(X(e|f)) = e|g ==> $\nabla$ X(e|f) = e|a ==> e|b = e|g =/D0.1/= b = g
==>
$\nabla$ $X^{-1}$(e|a) = e|f $\wedge\nabla$ $X^{-1}$($X^{-1}$(e|b)) = e|g‘ ==> $\nabla$ $X^{-1}$(e|b) = e|a ==> e|f = e|g‘ =/D0.1/= f = g‘

### B3 (Nachvollziehbarkeit/Reproducibility)

Eine Transformation heißt nachvollziehbar, wenn sie nicht nur wiederholbar ist, also nicht nur aus der Anfangs- auf die Endzuordnung geschlossen werden kann, sondern sogar aus der Endzuordnung auf die Anfangszuordnung.

A transformation is called reproducible, if it is not only repeatable (so the initial allocation rules the final allocation), but furthermore the final allocation rules the initial allocation.

**Nachvollziehbarkeit** =!=
∇ X(e|a) = e|b
∧
∇ X(X(e|f)) = e|g
==>
∇ X(e|f) = e|a ==> e|b = e|g
∧
∇ e|b = e|g ==> X(e|f) = e|a
=/D0.1/=
∇ X(e|f) = e|a ==> b = g
∧
∇ b = g ==> X(e|f) = e|a

**Reproducibility** =!=

*zur Translation:*

*concerning translation:*

∇ (∇ X(e|a) = e|b ∧∇ X(X(e|f)) = e|g ==> ∇ X(e|f) = e|a ==> b = g ∧∇ b = g ==> X(e|f) = e|a )

?
(∇ x(f) = a ==> b=g ) ∧ (∇ b =g ==> x(f) = a )

/D1.1,B1.1/==>
∇ x(f) = a ==> b=g

/B3/==>
∇ b = g ==> X(e|f) = e|a

/D1.1/==>
∇ b=g ==> x(f) = a

/B0.3/==>
⊕
die Translation x ist eineindeutig. Ist die Transformation vollständig, so ist die Translationsabbildung x eineindeutig und es existiert eine inverse Abbildung $x^{-1}$.

the translation is one-to-one (unique in both directions). Is the transformation complete, so the translations map is one-to-one and there is an inverse map $x^{-1}$.

**B3.1**

**=!= Äquivalenz von Eineindeutigkeit und Nachvollziehbarkeit**

**=!= Equivalence of one-to-one correspondence and reproducibility**

K
Die Nachvollziehbarkeit einer Transformation ist eine sehr strenge Anforderung. Wie die Wiederholbarkeit erlaubt sie, Rückschlüsse von der Zuordnung, sprich dem Wertebereich, auf die Anfangszuordnung der Transformation zu ziehen, doch während bei der Wiederholbarkeit die Endzuordnung nur hinreichend für die Anfangszuordnung war, ist sie bei der Nachvollziehbarkeit sogar noch notwendig, bei der nachvollziehbaren Transformation kann also zwingend von der Endzuordnung auf die Anfangszuordnung unter dieser Transformation geschlossen werden.

Reproducibilty of a transformation is a strict requirement. As repeatability it allows inference from an allocation, that means the value area, to the foregoing initial allocation of the transformation. Furthermore, the final allocation is not only sufficient for the initial, but necessary. So the final allocation is imperative for the final allocation.

**A1**

## Äquivalenz von Transformation und Translationsabbildung auf dem Wertebereich

## Equivalence of Transformation and representation of translation

Auf dem Wertebereich W(e|w) ist die erzeugende Transformation vollständig.

At the value area W(e|w) the creating transformation is complete.

/D2.2/==>
$\exists\ X(e|w) = e|w' \quad \nabla\ e\ \varepsilon\ M,\ \forall\ w,w'\ \varepsilon\ W$
$\wedge$
/D2.5/==>
$\nabla\ W(e|w) = \{w' \mid \exists\ X(e|w') = w''.,\ \exists\ j <= i\ \ \nabla\ X(e|w') = X^{j}(e|w)\ ,\ e\ \varepsilon\ M\ ,\ w,w',w''\ \varepsilon\ W\}$

$\oplus$
$\exists\ X(e|w) = e|w' \quad \nabla\ e\ \varepsilon\ M,\ \forall\ w,w'\ \varepsilon\ W(e|w)$

Damit ist die Translation auf dem Wertebereich eine Abbildung auf sich selbst.

So the translation at the value area is a map in itself.

/D2.4/==>
$\exists\ x(w) = w'\ \nabla\ \ w'\ \varepsilon\ W\ldots\ \forall\ \ w\ \varepsilon\ W(e|w)$

Wiederholbare Transformationen auf dem Wertebereich erzeugen eindeutige Translationsabbildungen

Repeatable transformations at the value area produce unique translations map.

/B1.1/==>

$\oplus$
$x(w) = w' ==> w = w'$
$\nabla\ \ w\ \varepsilon\ W(e|w)$

Nachvollziehbare Transformationen auf dem Wertebereich erzeugen eineindeutige Translationsabbildungen

Reproducible transformations at the value area produce one-to-one translations map.

/B3.1/==>
$x(w) = w' ==> w = w'$
$\wedge$
$w = w' ==> x(w) = w'$
$\nabla\ \ w\ \varepsilon\ W(e|w)$

**K**

Da jede Transformationskette $X^i(e|w)$ sich durch eine Transformation darstellen läßt, deren Endzuordnung sich als Kette von Translationen darstellt, kann also jede Transformation bzw. Transformationskette durch die Translationsabbildung als einfache Transformation von der Anfangszuordnung auf eine Endzuordnung beschrieben werden, deren neuer Wert durch die Translationsabbildung bestimmt werden kann. Für wiederholbare Transformationen auf dem Wertebereich ist diese Translationsabbildung sogar eindeutig, für nachvollziehbare eineindeutig.

Because any chain of transformations $X^i(e|w)$ can be described by a single transformation, whose final allocation can be described by a chain of translations, it is true, that any transformation resp. chain of transformation can be described as simple transformation, where the value of the final allocation can be determined by the translations map. For repeatable transformations at the value area the translations map is a unique map, for reproduce even a one-to-one.

Dies bedeutet, daß die mathematischen Werkzeuge von Mengen und Abbildungen für Transformationen einer Eigenschaft auf ihrem Wertebereich angewandt werden können. Es erlaubt sogar Rückschlüsse aus der Translationsabbildung auf die Transformation, von den Wertveränderungen auf das verursachende Verhalten der Eigenschafte (von der Wirkung auf die Ursache). Zu beachten ist bei diesen Betrachtungen die transformationsabhängige Definition des Wertebereiches. Wird also von einer wiederholbaren bzw. nachvollziehbaren Transformation über einem Wertebereich gesprochen, so bedeutet dies, daß dieser Wertebereich auch von (oder mit) diesen wiederholbaren bzw. nachvollziehbaren Transformationen aus der Anfangszuordnung e|w erzeugbar sein muß.

That means, that the mathematical methods of sets and maps can be used for transformations of an quality at ist value area. Furthermore, it allows to infere form translations to transformations, from changes of values to the producing behaviour of the quality (from effect to cause). Attention must be paid to the fact, that the value area is defined by transformations. If a repeatable or reproducible transformation is observed, so it is necessary, that the value area must be produced by (or with) these repeatable or reproducible transformations from an initial allocation e|w.

Die Effektivität der Mathematik in den Naturwissenschaften ist damit ganz natürlich (in respektvollem Zitat von E. Wigners Titel „The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences“, Comm. pure appl. Math, 13, 1-14, 1960).

The effectivity of mathematics is therefore naturally (in respectful citation of E. Wigners title „The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences“, Comm. pure appl. Math, 13, 1-14, 1960).

**B4**

Eine Folge p über der Menge M der Eigenschaften wird Profilschablone genannt. Die Menge W ihrer Werte ist dabei die Vereinigungsmenge **U** W(e|w) aller Wertebereiche der einzelnen Eigenschaften.

A sequence in the set M of the qualities is called profile template. The set W of their values is the union **U** W(e|w) of each value area of the single qualities.

**Profilschablone** =!=
**P** =!= $(e_1, e_2,.. e_i, e_{i+1}..)$

**Profile Template** =!=

$\nabla$ ( $\exists$ $e_i|w$ $\nabla$ $e_i \varepsilon$ M, w $\varepsilon$ W)

Die jeweiligen Zuordnungen e|w dieser Eigenschaften bilden damit selbst eine Folge auf der Menge der Zuordnungen $e_i|w_i$, das Profil.

The related allocations e|w of these qualities form a sequence in the set of allocations $e_i|w_i$, too, the profile.

**Profil** =!=
**P|W** =!= **P|W$_e$** =!= $(e_1|w_1, e_2|w_2,.. e_i|w_i , e_{i+1}|w_{i+1}..)$

**Profile** =!=

$\nabla$ $e_i \varepsilon$ **P**

Die jeweiligen Werte w dieser Eigenschaften bilden damit eine Folge auf der Menge der Werte $w_i$, einer Teilemenge von W, den Profilwert.

The related values w of these qualities form a sequence in the set of values $w_i$, a subset of W, the Profile Value.

**Profilwert** =!=
**W$_e$** =!= $(w_1, w_2,.. w_i , w_{i+1}..)$

**Profile Value** =!=

$\nabla$ $w_i \varepsilon$ **P|W**

Die Vereinigung der Wertebereiche $W(e_i|w_i)$ dieser Eigenschaften heißt Profilwertebereich. Wie der einzelne Wertebereich ist damit auch die Vereinigung vom Anfangswert und den erzeugenden Transformationen abhängig.

The union of the value areas $W(e_i|w_i)$ of these qualities is called profile value area. As the single value area the union depends on the initial value and the constructing transformations.

**Profilwertebereich** =!=
**UW** =!= U $W(e_i|w_i)$

**Profile Value Area** =!=

$\nabla$ $e_i \varepsilon$ **P**

Die Veränderung wenigstens einer der Zuordnungen aus P|W wird Transformation bzgl. P oder P-Transformation genannt, dh. wenn für wenigstens eine Zuordnung aus P|W eine Transformation erfolgt.

The change of at least one allocation of P|W is called transformation related to P or P-Transformation, i.e. at least one single transformation of an allocation of P|W has occurred.

**P-Transformation** =!=
**$\chi$ =!= X$_P$ =!= X(P|W) =!= P|W‘** =!= $(e_1|w_1, e_2|w_2,.. X(e_i|w_i ), e_{i+1}|w_{i+1}..)$ =!= $(e_1|w_1, e_2|w_2,.. e_i|w'_i , e_{i+1}|w_{i+1}..)$

$\nabla$ $e_i \varepsilon$ P , $X(e_i|w_i) = e_i|w'_i$, $\exists$ $w_i' <> w_i$

**P|W** =!= **Anfangsprofil**
**P|W ‘** =!= **Endprofil**

**P|W** =!= **Initial Profile**
**P|W ‘** =!= **Final Profile**

Die Eins-P-Transformation ist entsprechend D3 der Erhalt des Anfangsprofils.

The Unit P-Transformation is the retaining of the initial profile analogous to D3.

$X^1_P$ (P|W)) =!= P|W

Betrifft die P-Transformation mehr als eine Zuordnung, so sind die Transformationen in der Reihenfolge der Profilschablone der zugehörigen Eigenschaften zu betrachten. Eine P-Transformation, die nur eine einzige Zuordnung aus P|W ändert, wird deshalb Basis-P-Transformation genannt.

If more than one single transformation occurs in a P-Transformation, the order of these transformations is the order of the relative qualities in the Profile Template. A P-Transformation of only one single transformation is therefore called a Basis-P-Transformation.

**Basis-P-Transformation** =!=
$\chi_i$ **=!= X(P|W$_i$) =!= P|W$_i$'** =!= $(e_1|w_1, e_2|w_2,.. X(e_i|w_i),.. X(e_j|w_j)..) = (e_1|w_1, e_2|w_2,.. e_i|w'_i,.. e_j|w'_j.,..)$
$\nabla\ e_i \varepsilon P, \exists\ w_i' <> w_i \wedge w_j' <> w_j, \nabla\ j \varepsilon |N_0$
==> i = j

Jede P-Transformation läßt sich als Verknüpfung von Basis-P-Transformationen beschreiben, geordnet in der durch die Folge vorgegebene Reihenfolge.

Each P-Transformation can be described as linkage of Basis-P-Transformations, ordered by the sequence.

$\nabla\ X(P|W) = P|W' = (e_1|w_1, e_2|w_2,.. X(e_i|w_i), e_{i+1}|w_{i+1}., ... X(e_j|w_j), e_{j+1}|w_{j+1}...) = (e_1|w_1, e_2|w_2,.. e_i|w'_i, e_{i+1}|w_{i+1}.,.. e_j|w'_j., e_{j+1}|w_{j+1}..)$
$\wedge$
$\exists\ w_i' <> w_i, w_j' <> w_j', \nabla\ j \varepsilon |N_0, i < j$
==>
$\nabla X(P|W_i) = (e_1|w_1, e_2|w_2,.. X(e_i|w_i,), e_{i+1}|w_{i+1}.,.. e_j|w_j., e_{j+1}|w_{j+1}..)$
$\wedge$
$\nabla X(P|W_j) = (e_1|w_1, e_2|w_2,.. e_i|w_i, e_{i+1}|w_{i+1}.,.. X(e_j|w_j), e_{j+1}|w_{j+1}..)$
$\wedge$
$X^1X(e|w_i)$ =/D3.1/ = $e_i|w'_i$, $X X^1 (e|w_i)$ =/D3.1/ = $e_i|w'_i$
==>
$X(P|W_j)$

$X(P|W) = P|W'$
$= (e_1|w_1, e_2|w_2,.. X(e_i|w_i), e_{i+1}|w_{i+1}., ... X(e_j|w_j), e_{j+1}|w_{j+1}...)$
$= (e_1|w_1, e_2|w_2,.. X(e_i|w_i), e_{i+1}|w_{i+1}., ... XX^1(e_j|w_j), e_{j+1}|w_{j+1}...)$
$= (e_1|w_1, e_2|w_2,.. e_i|w'_i, e_{i+1}|w_{i+1}.,.. X(e_j|w_j), e_{j+1}|w_{j+1}..)$
$= X(P|W_j)\ \nabla\ P|W_j = P|W'_i$
$= X(P|W_j) = X(X(P|W_i)_j)\ \nabla\ j \varepsilon |N_{0}, i < j$

Die in einer P-Transformation vorkommenden Transformationen, die nicht die Eins-Transformationen sind, heißen parallel.

The transformations of a P-Transformation are called parallel, if they aren't the Unit Transformation.

X(P|W) =/B4/= P|W' =!= $(e_1|w_1, e_2|w_2,.. X(e_i|w_i), e_{i+1}|w_{i+1}., ... X(e_j|w_j), e_{j+1}|w_{j+1}...) = X(X(P|W_i)_j) = X(\chi_i)_j = \chi_i\chi_i = \chi$
$\nabla\ j \varepsilon |N_0, i < j$
=!= $\chi_i$ **parallel** zu $\chi_i$

=!= $\chi_i$ **parallel** to $\chi_i$

P-Transformationen können damit wie einfache Transformationen verknüpft werden.

P-Transformations can be linked as simple transformations.

**B4.1**

**X(P|W) = ($\chi_1, \chi_2, ... \chi_i, ...\chi_j ...$)**

$\nabla\ X(P|W) = P|W', \chi \varepsilon\ \{X(P|W_i), X^1(P|W)$

$\nabla\ X(P|W) = P|W', \nabla\ X(P|W') = P|W''$ ==> $X(X(P|W) = X(P|W') = X(\chi_1, \chi_2, ... \chi_i, ...\chi_j ...) = P|W''$
=/D2.1/= $(\chi_1^2, \chi_2^2, ... \chi_i^2, ...\chi_j^2 ...)\ \ \nabla \chi \varepsilon\ \{X(P|W_i), X^1(P|W)\ )$

$\chi^{i+1}$ =!= $X_P^{i+1}(P|W)$ =!= $X_P^{\ i} X_P (P|W)$ =!= $X_P^{\ i} X_P$ =!= $\chi^i \chi$

*zur Translation:*

*concerning translation:*

Die durch die P-Transformation erzeugte Translation wird P-Translation genannt, die Menge der P-Translationen einer Menge von Transformationen {X(P|W} wird Nachricht von {X(P|W} genannt.

The translation created by a P-Transformation is called P-Translation, the set of P-Translations of a set of Transformations {X(P|W} is called message of {X(P|W}.

**B4.2**
**P-Translation p =!=**
**p**(W) = W'
$\nabla$ X(P|W) = P|W'
==>

$p(W)$ =!= $(w_1, w_2,.. x(w_i), w_{i+1}, .) = (w_1, w_2,.. w_i‘, w_{i+1}, .) = W‘$
$\nabla$ $w_i \varepsilon W$, $x(w_i) = w_i‘$, $\exists$ $w_i‘ <> w_i$

**Nachricht von {X(P|W)} =!=** {p(W)}
$\nabla$ X(P|W) ε **{**X(P|W)}

**Message of {X(P|W)} =!=** {p(W)}

**B4.3**
/B4.1,D1.1/==>
**p**(W) = p(p(W)) = W‘
$\nabla$ X(P|W) =!= $X(X(P|W_i)$ = P|W‘

**B4.4**
/D2.7, B4.1/==>
$p^{i+1} = p^{i+1}(W) = p^i\, p(W) = p^i\, p$

**K**

Die Reihenfolge der Transformationen aus B4.1 ist vor allem dann von Bedeutung, wenn der Wertebereich von Eigenschaften sich überlappt (nicht disjunkt). Dies bedeutet, daß die Translationen auf dieser Schnittmenge sich überlappender Wertebereiche eindeutig von seiten der Transformationen und Eigenschaften sind, aber nicht mehr umkehrbar eindeutig in dem Sinne, daß von einer Translation zuverlässig auf Zuordnungen, Eigenschaften, Transformationen und deren Wertebereiche zurückgeschlossen werden kann.

The order of transformations of B4.1 is primarily important in the case of overlapping (not disjoint. This means, that translations in this intersection of the overlapping value areas are unique related to the transformations and qualities, but not reversible unique, that means, that allocations, qualities, transformations and the related value areas cannot be infered reliable from translations.

Die Äquivalenz nach A1 von Transformation und Translation ist also bei Profilen nicht mehr ohne weiteres gegeben.
Da bei Folgengliedern nach B0.6 zwar die Menge, aus der die Elemente stammen, sowie die Reihenfolge und die Anzahl (endlich oder unendlich) der Folgenelemente bestimmt sind, es aber nicht erforderlich ist, daß die Elemente sich unterscheiden (was gerade die konstante Folge p = (e) demonstriert), ist die Überlappung der Wertebereiche demnach ein in jedem Fall zu berücksichtigendes Faktum, das die Verwendung der P-Translation als Darstellung der erzeugenden Transformation erheblich einschränkt.

The equivalence according to A1 of transformations and translations is no longer proven in profiles. For elements of sequences according to B0.6 the set of the elements and the order and number (finite or infinite) of elements of the sequence is given, but it is not necessary, that elements have to be distinct (demonstrated by the constant sequence p = (e)), so the overlap of value areas is a fact, that must be considered and narrows the usefulness of P-Translations (Messages) for describing the producing transformations.

**Platos Problem** (oder das Translationenproblem) oder die Kunst, Nachrichten zu verstehen

**Platos Problem** (or the translations problem) or the art of understanding messages

Sowohl Transformationen als auch Eigenschaften sind mangels weiterer Kenntnis über Werte definiert, ein Mengenelement wird durch den Wert zur Eigenschaft, eine Transformation ändert Werte. Die Translation, also die Veränderung der Werte auf dem Wertebereich, ist damit das Protokoll einer Transformation, über die jedoch außer dieser Wertveränderung nicht viel bekannt ist. Eine Transformationskette erzeugt damit eine Translationskette, einen „Weg“ im Wertebereich, der wie ein Schattenbild die Transformationskette protokolliert und damit auch ihrer Eigenschaften und Besonderheiten.

Failing further knowledge transformations as well as qualities are defined by values, an element of a set is made a quality by a value, a transformation changes values. The translation, i.e. the changes of the values in the value area, is therefore the protocol of this transformation, about which only a little more is known. A chain of transformations creates a chain of translations, a „path“ in the value area, that logs the chain of transformation like a shadow, so logs the qualities and their as well.

Das bedeutet im Klartext, daß aus diesen Translationen, diesen „Schatten“ auf dem Wertebereich, auf die nicht weiter bekanntenTransformationen zurückgeschlossen werden muß, was bei Wertebereichen einer einfachen Eigenschaft wegen der Äquivalenz von Transformation und Translation zuverlässig gewährleistet ist.
Bei Transformationen über mehrere Eigenschaften jedoch kann aus den Translationen auf dem gemeinsamen Wertebereich nicht ohne weiteres auf die beteiligten Eigenschaften und ihr Verhalten, ihre Transformationen, zurückgeschlossen werden. Dies ist das bekannte Problem der Mustererkennung oder das Translationenproblem - aus vorhandenen Translationen als Interferenzerscheinungen von Transformationen bzgl. verschiedener Eigenschaften auf die beteiligten Eigenschaften, die beteiligten Transformationen bzw. den beteiligten Wertebereich zurückzuschließen.

That means, that translations, the „shadows“ on the value area, must be used to reconstruct the transformations, which is guaranteed in case of single qualities by the equivalence of transformation and translation. But transformations of several qualities cannot be reconstructed by translations in the same general way, not even the qualities themselves are reliably reconstructable. That’s the wellknown problem of pattern recognition or the translations problem – to recognize related qualites, transformations and value areas from the given translations as interference of all the occuring translations.

Es ist das Problem des Höhlenbewohners von Plato, der die Wirklichkeit nur an ihren Schatten sehen kann und daraus Rückschlüsse ziehen will auf das, was außerhalb der Höhle geschieht. Aus den Interferenzen der Translationen, der Nachricht mit all ihren komplexen Verläufen muß also zurück auf die zugrundeliegenden Transformationen und Eigenschaften geschlossen werden – das Problem von Ursache und Wirkung.

It is the problem of the cliff dwellers in Platos story, who can experience reality only by the shadows on the wall. From the interferences of translations, which forms the message and its complex structure, they have to infer the underlying transformations and qualities – the problem of cause and effect.

Profile sind in der KI als „Vektor von Eingabeaktivitäten“

In AI profiles are known as „vectors of activities“, bekannt, ähnlich den Profilwerten werden Gewichtsvektoren erstellt. Damit hat das „Modellneuron" Ähnlichkeit mit Profilschablonen.

Aus der Nachricht (Translationen) auf die möglichen erzeugenden Zustände, also Profile, mit Wahrscheinlichkeitsberechnungen zurückzuschließen, ist der Grundgedanke der Berechnung des Informationsgehaltes - die versprochene Anbindung an Shannon.

similar to Profile Values „vectors of weightings" are constructed. So the „Sigma unit" features some similiarity to the Profile Template

To reconstruct the creating states from message (translations) by calculus of probability, is the basic idea of the calculation of information content - the promised connection to Shannon.